

多人口 Lee-Carter 随机死亡率模型比较与中国应用*

赵 明 王晓军

【摘 要】文章梳理了多人口 Lee-Carter 随机死亡率模型进展与求解中存在的问题,推导了基于限制条件的两阶段加权最小二乘参数估计方法,并将中国大陆地区、香港特别行政区和台湾地区组成一个多人口群体,检验多人口随机死亡率模型在中国的适用情况。研究结果显示:(1)从估计方法看,基于限制条件的两阶段加权最小二乘估计法,能够有效避免多人口死亡率模型参数过多导致的极大似然估计方法失效的问题,并且方法简单、易于操作;(2)从拟合优度看,中国大陆地区人口死亡率短期预测适用 Joint-k 模型、长期预测适用 ACF(0)模型,而香港和台湾地区无论长、短期均适用 ACF(0)模型;(3)从稳健性看,多人口死亡率模型在中国人口死亡率拟合中稳健性较好,且基于修匀后数据的模型应用,能够显著提升拟合优度;(4)从预测结果看,带有附加时间效应因子的多人口随机死亡率模型能够得到一致的死亡率预测值,结果更加符合人类死亡率变动的经验特征,弥补了单人口死亡率模型的缺陷。

【关键词】多人口群体 随机死亡率 Lee-Carter 模型

【作 者】赵 明 首都经济贸易大学金融学院,讲师;王晓军 中国人民大学统计学院,教授。

一、引 言

随着经济的增长和医疗技术的进步,人口寿命不断延长、年龄结构不断老化,国家养老金体系和商业保险公司将受到较大冲击。人口寿命延长是死亡率降低的结果,世界各国均在采取措施,积极应对由此产生的长寿风险。学术界也在不断探索如何提高人口死亡率长期预测的合理性和模型的稳健性,以期帮助经济主体更好地应对长寿风险冲击。其中,随机死亡率模型是动态预测人口死亡率的科学方法,受到国内外学者的普遍

* 本文为首都经济贸易大学 2019 年度科研基金项目“考虑死亡率变迁的养老金体系长寿风险度量研究”的阶段性成果。

关注与广泛应用。随机死亡率模型经历了由单人口模型到多人口模型的拓展,以 Lee-Carter 模型、APC 模型和 CBD 模型等为代表的参数方法(Carriere, 1992; Wilmoth, 1996; Currie, 2011),作为其中的成熟范式,稳定性已得到验证,在其基础上的拓展与创新,引领该领域的发展。对单一人口群体建立的随机死亡率模型,最早由 Lee 等(1992)年提出,假设对数死亡率由相互独立的年龄效应和时间效应构成,具有模型参数少、拟合过程简单和预测结果稳健等优势。在 Lee-Carter 模型的基础上,Renshaw 等(2006)将人口死亡率的队列效应考虑进来,进一步拓展为 APC 模型(Age-Period-Cohort 模型),即年龄-时期-队列效应模型。此外,由于高龄人口暴露数相对较少、死亡分布规律较为特殊,Cairns 等(2007)提出两因子的 CBD 模型,以弥补 Lee-Carter 模型和 APC 模型在拟合高龄人口死亡率中的不足。

随着随机死亡率模型研究的不断深入,单人口模型的弊端逐渐显现,在长期应用中会使死亡率预测值出现不合理交叉或偏离(Li 等, 2005)。人口死亡率建模是系统性工作,孤立考虑单一人口群体(单一国家和地区或单一性别)会造成不同人群死亡率随时间出现违背人类生物规律的结果。通过将两个或多个人口群体联合建模,考虑不同群体间死亡率变动趋势的一致性与差异性,能够有效提升死亡率长期预测的科学性(Li 等, 2011; Cairn 等, 2011)。目前多人口随机死亡率模型研究已形成以参数方法为主体,非参数方法为补充的研究现状。其中,基于 Lee-Carter 模型框架的建模方法是重点,研究进展包括:(1)共同时间效应因子模型。Carter 等(1992)提出 Joint-k 模型,该模型假设多个人口群体死亡率具有共同的时间效应因子,以不同的年龄效应因子表示人群间死亡率变动的差异。(2)增广公因子模型。在 Joint-k 模型的基础上, Li 等(2005)对其进行改进,提出 ACF 模型(增广公因子模型),该模型既包括人口群体的共同年龄效应和时间效应因子,也包括不同人群单独的年龄效应和时间效应因子。(3)缩减参数模型。由于 ACF 模型参数较多,采用极大似然法估计模型参数时会产生不收敛或收敛结果为局部最优的问题,基于缩减 ACF 模型参数的方法逐渐成为研究热点(Russolillo 等, 2011; Kleinow, 2015; Enchev 等, 2017)。其中, Enchev 等(2017)提出两种缩减参数的 ACF 模型,一种是在 ACF 模型基础上将附加年龄效应因子改为一个新的共同年龄效应因子,即模型中存在两个不同的共同年龄效应因子;另一种是将第一种模型中的两个不同年龄效应因子合并为一个,即该模型只存在一个共同年龄效应因子。

多人口随机死亡率模型中的“多人口”这一概念,具有较为宽泛的外延,是指具有相似特征或属性的不同人口群体。这些相似特征或属性既可以是经济、文化、医疗技术、地理位置等外部特征,也可以是人的基因、种族和体质等内部属性(Shang, 2016)。因此,在建立多人口随机死亡率模型时,既可以选取具有相似特征或属性的不同国家作为多人口群体,也可以将同一个国家不同地区作为多人口群体,还可以将不同性别的人群作为多人口群体。由于具备上述特征或属性,在一定期间内,多人口群体间的人口死亡率变

动将具有一致性,这是多人口死亡率建模最重要的前提。对于中国来说,人口死亡率相对较高,未来具有较大的降低空间,从多人口视角建立随机死亡率模型,引入死亡率相对较低人口群体的数据,可以获得更加科学的预测结果。中国大陆地区、香港地区和台湾地区人口基因、体质等内部特征相同,且当前的经济水平和医疗技术等外部特征相似,具备组建多人口群体的条件。因此,本文将中国大陆地区、香港地区和台湾地区组成一个多人口群体,其中香港地区人口平均预期寿命最高、其次是台湾地区,中国大陆地区人口平均预期寿命最低^①。

本文从两个层面进行比较分析:(1)比较不同形式的多人口死亡率模型的拟合与预测效果,目的是探讨适合中国应用的最佳模型方法。(2)比较多人口死亡率模型在中国3个地区应用中的参数估计结果、死亡率拟合和预测情况,目的是分解出死亡率时间效应因子和年龄效应因子,分析3个地区死亡率变动的趋势特征,探讨多人口模型在死亡率水平高低不同的群体中应用效果是否存在差异。

通过梳理已有研究发现:(1)多人口随机死亡率模型具有更为合理的前提假设,现有研究多为探讨不同形式的多人口模型的优劣,但与单人口死亡率模型和其他模型方法之间的比较研究较少;(2)在多人口随机死亡率模型的适用性方面,当前针对低死亡率发达国家的验证较多,而针对高死亡率或发展中国家的研究较少;(3)在多人口随机死亡率模型的求解方面,由于模型参数较多,采用极大似然估计方法较烦琐,且存在难以收敛或出现局部最优等问题,参数估计方法有待进一步简化与改进。鉴于此,本文通过构建多人口死亡率模型,检验其在中国的适用情况,并分别采用中国大陆地区人口粗死亡率和修匀后死亡率对模型进行稳健性检验。为了避免极大似然方法在模型求解时存在的问题,本文推导了基于限制条件的两阶段加权最小二乘估计法,与单人口 Lee-Carter 模型和联合国人口司预测方法进行比较,以期全面探讨多人口死亡率模型拟合与预测效果。

二、多人口 Lee-Carter 模型的参数估计与预测方法

(一) 多人口 Lee-Carter 模型族

多人口 Lee-Carter 模型族主要包括 Joint-k 模型、ACF 模型及其改进模型。其中, Joint-k 模型表达式为:

$$\ln m(x, t, i) = \alpha(x, i) + \beta(x, i) \times K(t) + \varepsilon(x, t, i) \quad (1)$$

ACF(0)模型表达式为:

^① 根据联合国人口司和中国国家统计局数据显示,中国大陆地区各省市间的预期寿命差异较大。其中上海、北京等经济发达城市人口预期寿命较高,目前已高于台湾地区并接近香港地区水平;而其余大部分省市的人口平均预期寿命低于台湾地区,其中云南、青海等省份人口预期寿命大幅低于台湾地区。

$$\ln m(x, t, i) = \alpha(x, i) + B(x) \times K(t) + \beta(x, i) \times k(t, i) + \varepsilon(x, t, i) \quad (2)$$

ACF(1)模型表达式为:

$$\ln m(x, t, i) = \alpha(x, i) + B(x) \times K(t) + \beta(x) \times k(t, i) + \varepsilon(x, t, i) \quad (3)$$

ACF(2)模型表达式为:

$$\ln m(x, t, i) = \alpha(x, i) + B(x) \times [K(t) + k(t, i)] + \varepsilon(x, t, i) \quad (4)$$

其中, $m(x, t, i)$ 为第 i 个人群中 x 岁的人在日历年 t 的死亡率; $\alpha(x, i)$ 为第 i 个人群中年龄为 x 岁的人口的对数死亡率均值; $B(x)$ 和 $\beta(x)$ 为共同年龄效应因子, 代表人口群体在年龄上对数死亡率下降的共同趋势; $K(t)$ 为共同时间效应因子, 表示人口群体在时间上对数死亡率下降的共同趋势; $\beta(x, i)$ 为附加年龄效应因子, 代表单个人群在年龄上对数死亡率下降趋势; $k(t, i)$ 为附加时间效应因子, 表示单个人群在时间上对数死亡率下降趋势。

(二) 参数估计

针对多人口 Lee-Carter 模型的参数估计, Li 等(2005)采用奇异值分解法(SVD)对 ACF 模型进行估计, 但该方法扩展能力较弱, 在一些模型的变形中不适用。Enchev 等(2017)采用最大似然估计方法进行参数估计, 该方法具有较强的扩展能力, 但在模型参数较多的情况下会出现参数估计不易收敛或收敛结果为局部最优等问题。本文兼顾参数估计方法的可扩展性和适用性, 推导了基于约束条件的加权最小二乘参数估计方法。由于 Lee-Carter 模型中对数死亡率矩阵是一个奇异矩阵, 因此需要对参数设置约束条件, 即 $\sum_t K(t) = 0, \sum_t k(t, i) = 0, \sum_x B(x) = 1, \sum_x \beta(x) = 1, \sum_x \beta(x, i) = 1$ 。针对 ACF(0)模型, 基于约束条件的加权最小二乘参数估计方法具体步骤如下。

第一, 基于 $\ln m(x, t, i) = \alpha(x, i) + B(x) \times K(t) + \varepsilon(x, t, i)$, 估计最优共同因子。该步骤的参数估计过程与单人口 Lee-Carter 模型相同(李志生、刘恒甲, 2010), 估计结果为:

$$\hat{\alpha}_{x,i} = \frac{\sum_{t=t_L}^{t_U} \ln m_{x,t,i}}{t_U - t_L + 1} \quad (5)$$

$$\hat{K}_t = \sum_{i=1}^r \sum_{x=x_L}^{x_U} w_i \times [\ln(m_{x,t,i}) - \hat{\alpha}_{x,i}] \quad (6)$$

$$\hat{B}_x = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{t=t_L}^{t_U} w_i [\hat{K}_t \times (\ln m_{x,t,i} - \hat{\alpha}_{x,i})]}{\sum_{t=t_L}^{t_U} \hat{K}_t^2} \quad (7)$$

其中, $t=t_L, \dots, t_U, x=x_L, \dots, x_U, i=1, \dots, r, w_i$ 为群体 i 的权重, 即 $\sum_{i=1}^r w_i = 1$, 本文假定每个群体的权重均为 $w_i = 1/r$ 。

第二,基于 $\ln m(x, t, i) = \alpha(x, i) + B(x) \times K(t) + \beta(x, i) \times k(t, i) + \varepsilon(x, t, i)$, 估计最优附加因子。

首先,基于约束条件 $\sum_x \beta(x, i) = 1$, 获得 $k(t, i)$ 估计值:

$$\hat{k}_{t,i} = \sum_{x=x_L}^{x_U} [\ln(m_{x,t,i}) - \hat{\alpha}_{x,i} - \hat{B}_x \times \hat{K}_t] \quad (8)$$

其次,对式 $[\ln(m_{x,t,i}) - \hat{\alpha}_{x,i} - \hat{B}_x \times \hat{K}_t]$ 采用最小二乘法,获得 $\beta(x, i)$ 估计值:

$$\hat{\beta}_{x,i} = \frac{\sum_{t=t_L}^t [\hat{k}_{t,i} \times (\ln m_{x,t,i} - \hat{\alpha}_{x,i})] - \hat{B}_x \sum_{t=t_L}^{t_U} K_t \hat{k}_{t,i}}{\sum_{t=t_L}^{t_U} \hat{k}_t^2} \quad (9)$$

上述参数估计步骤,同样适用于 Joint-K 模型、ACF(1)模型和 ACF(2)模型,本文不再展示具体估计步骤。

(三) 预测方法

在死亡率预测之前需要先对样本内拟合情况进行检验,常用 MAPE(平均绝对百分误差)进行拟合效果的评估(Li 等, 2005; Tsai 等, 2017), 其表达式为:

$$MAPE_i = \frac{1}{x_U - x_L + 1} \frac{1}{t_U - t_L + 1} \sum_{x=x_L}^{x_U} \sum_{t=t_L}^{t_U} \left| \frac{\hat{m}_{x,t,i} - m_{x,t,i}}{m_{x,t,i}} \right| \quad (10)$$

其中, $MAPE$ 取值范围是 $[0, +\infty)$, 当预测值与真实值完全吻合时, $MAPE$ 等于 0。 $MAPE$ 值越低,表示模型拟合效果越好。

对人口死亡率进行样本外预测需要对时间效应因子建模。多人口 Lee-Carter 模型既包括共同的时间效应因子 $K(t)$, 也包括附加时间效应因子 $k(t, i)$ 。Li 等(2005)提出采用具有漂移项的 ARIMA(0, 1, 0)模型(随机游走模型)对 $K(t)$ 进行建模, 采用 AR(1)模型(一阶均值回复模型)对 $k(t, i)$ 进行建模。其中, 随机游走模型能够保证多个人口群体死亡率随时间呈共同下降的趋势; 均值回复模型能够使不同群体之间死亡率比值在长期中保持为一个固定常数。

人口死亡率预测方法的表达式为:

$$\hat{m}_{x,t,i} = \hat{m}_{x,s,i} \exp[\hat{B}_x (\hat{K}_t - K_s) + \hat{\beta}_{x,i} (\hat{k}_{t,i} - k_{s,i})] \quad (11)$$

其中, \hat{K}_t 和 $\hat{k}_{t,i}$ 为均值估计结果, $\hat{m}_{x,s,i}$ 为预测基年, $\hat{m}_{x,t,i}$ 为死亡率预测值。通过式(11), 可以得到未来人口死亡率的预测值。

三、数据、假设与模型拟合

(一) 数据与假设

本文选取 1994~2014 年中国大陆地区、香港地区和台湾地区分年龄人口死亡率数

据进行建模。其中,中国大陆地区人口死亡率数据来自《中国人口统计年鉴》和《中国人口和就业年鉴》,目前可获取的连续年份上的死亡率数据为1994~2017年;香港地区和台湾地区人口死亡率数据均来自2019年最新版本的人类死亡率数据库(HMD),目前香港地区可获取的连续年份上的死亡率数据为1986~2017年,台湾地区可获取的连续年份上的死亡率数据为1970~2014年。为保持3个人口群体死亡率数据区间的一致,选择共同的1994~2014年。

根据研究需要和所选取数据的特征,本文进行以下处理与假设:(1)选取男性人口为代表进行研究。中国国家统计局公布的各年度人口死亡率中,以抽样调查数据为主,部分年龄抽样中的死亡人口数为0,导致死亡率数据失真,由于女性人口死亡率低于男性,这种失真现象在女性人口中出现的概率更大,因此本文选取男性人口死亡率为研究对象。(2)修正中国大陆地区新生儿死亡率数据。中国大陆地区人口死亡率数据有效积累不足、抽样调查年份误差较大,甚至普查年份新生儿和高龄人口死亡人数也存在一定程度的漏报(郭志刚,2011)。大量研究表明,中国第三次人口普查的死亡数据质量较高(孙福滨等,1993;李树茁,1994),在此基础上可以对第五、第六次人口普查的死亡率数据进行检验与修正。基于这一思路,王金营(2013)采用布拉斯罗吉特生命表系统,以第三次人口普查的死亡率数据作为标准,对第五、第六次人口普查的死亡率数据进行重新估计和修正,修正后的新生男婴死亡率分别为31.35‰和25.81‰^①。本文引用以上修正数据,并采用线性插值法计算其他年份新生男婴的死亡率。(3)修匀中国大陆地区人口死亡率数据。由于HMD数据库中人口死亡率是修匀后数据,为了保持一致性,本文采用二维泊松P样条法对中国大陆地区人口死亡率进行修匀(赵明,2017a),修匀数据的年龄为0~85岁。(4)拟合高龄人口死亡率数据。由于高龄人口暴露数大幅减少,死亡率数据质量较低,本文采用Age-Shifting模型(赵明,2017b),拟合85岁以上人口死亡率数据,外推至本文假设的人口极限年龄100岁。

(二) 参数估计结果

1. $\alpha(x, i)$ 估计结果

在多人人口Lee-Carter模型中, $\alpha(x, i)$ 表示单个人群对数死亡率的均值,与模型设置的形式没有关系,4种模型均包含相同的 $\alpha(x, i)$ 估计值。根据式(1),可以计算人群*i*的

① 王金营(2013)对第五次人口普查新生儿死亡率的修正与国内其他学者的修正结果较为接近,但对第六次人口普查新生儿死亡率的修正结果偏高。其他学者,如黄荣清和曾宪新(2013)、李成等(2018)等,对第六次人口普查新生儿死亡率的修正值在14‰~20‰之间,这些研究主要是考虑同一年内新生儿死亡率与其他年龄人口死亡率的关系进行的修正,但第六次人口普查的低龄人口和高龄人口也存在一定程度的漏报。由于婴儿死亡率的修正并没有公认有效的方法,本文选择以第三次人口普查中的死亡数据为依据的修正结果。

$\alpha(x,i)$ 的估计值(见图 1)。

从图 1 可以看出,随着年龄增长,中国大陆地区、香港地区和台湾地区对数死亡率均呈先降低、后升高的变动趋势。从各年龄段的整体水平看,中国大陆地区人口死亡率最高,其次是台湾地区,香港地区最低。从不同年龄阶段看,3 个人口群体对数死亡率间的差距,随年龄增长整体呈先扩大后缩小的变动趋势。其中,香港地区各年龄人口死亡率均低于中国大陆地区和台湾地区;15~60 岁年龄段,中国大陆地区人口死亡率在绝大部分年龄上低于台湾地区、且差距较小,其他年龄段台湾地区人口死亡率相对较低,但整体上二者差距不大。可见, $\alpha(x,i)$ 参数估计结果反映出 3 个人口群体在样本期内对数死亡率平均水平的数值关系和年龄分布特征,符合人类生命表的基本规律;3 个人口群体间对数死亡率平均值的差异,与同期人口平均预期寿命差异相互吻合^①,尽管中国大陆地区人口平均预期寿命低于台湾地区,但部分年龄段的死亡率已低于台湾地区。

2. 年龄效应因子估计结果

ACF(0)模型、ACF(1)模型和 ACF(2)模型都包含共同的年龄效应因子 $B(x)$,同时 ACF(1)模型又包含第二共同年龄效应因子 $\beta(x)$;全部的 4 个模型都包含附加的年龄效应因子 $\beta(x,i)$,但 Joint-k 模型的附加年龄效应因子的参数估计结果与 ACF 模型族不同。根据本文给出的参数估计方法,可以得到这些模型共同年龄效应因子和附加年龄效应因子的估计值,结果如图 2 和图 3 所示。

由图 2 可见,ACF(0)模型、ACF(1)模型和 ACF(2)模型包含的共同年龄效应因子 $B(x)$ 估计值,代表中国大陆地区、

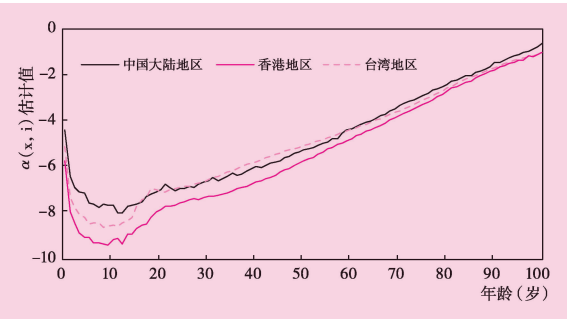


图 1 $\alpha(x,i)$ 估计结果

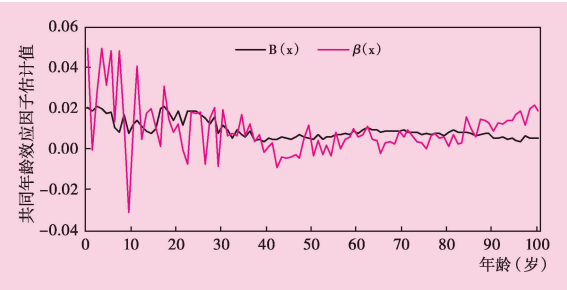


图 2 共同年龄效应因子估计结果

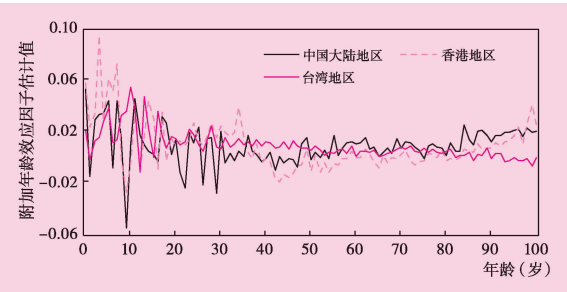


图 3 附加年龄效应因子估计结果

① 根据联合国《世界人口展望(2019)》数据,可以计算得出 1995~2015 年中国大陆地区、香港地区和台湾地区的男性人口平均预期寿命的平均值分别为 71.05、78.91 和 74.60 岁,以此近似与 1994~2014 年进行比对。

香港地区和台湾地区 3 个人口群体死亡率下降在年龄上的共同趋势。随着年龄增长, $B(x)$ 估计值为一条略带下降趋势的曲线, 且均为正值。 $B(x)$ 的变动趋势表明, 随着年龄的增长, 人口死亡率的下降速度缓慢降低, 但整体较为平稳。由于当前 3 个人口群体死亡率降低的程度有差别, 不同水平的死亡率未来的下降模式也会不同。中国大陆地区人口死亡率较高, 因此历史数据中展现出来的死亡率下降速度最快, 而香港地区人口死亡率前期已经历过快速下降阶段, 当前死亡率下降速度相对缓慢, 若按照各自人群历史数据趋势来预测死亡率, 中国大陆地区人口死亡率将会很快低于香港地区, 这样的结果是不合理的。此外, 对于 ACF(1) 模型包含的第二共同年龄效应因子 $\beta(x)$, 其整体趋势与 $B(x)$ 相似, 但波动较大, 且有个别年龄数值为负。 $\beta(x)$ 设置的目的是减少 ACF(0) 模型参数, 并通过与 $k(t, i)$ 的乘积影响单个人口群体的死亡率, 其中负值的出现说明 $\beta(x)$ 在个别年龄上在消减 $B(x)$ 带来的死亡率下降趋势, 但对不同人口群体的消减程度主要受 $k(t, i)$ 影响。

图 3 为 ACF(0) 模型的附加年龄效应因子 $\beta(x, i)$ 估计值, 图 3 中的附加年龄效应因子估计值曲线比 $B(x)$ 和 $\beta(x)$ 因子波动大, 且在更多年龄上出现负值。对比 3 个人口群体, 台湾地区估计值曲线较为平缓, 与共同因子曲线趋势较为接近, 其原因是台湾地区人口死亡率数值介于中国大陆地区和香港地区之间, 与平均趋势更为接近。中国大陆地区和香港地区的附加年龄效应因子估计值则围绕共同趋势上下波动, 其中 16 岁以下年龄组波动较大, 随年龄增长波动程度逐渐降低, 但 80 岁以上年龄组趋势再次出现分化。附加年龄效应因子是对共同年龄效应因子趋势的补充, 波动较大并出现负值体现出年龄间的更多差异, 也是多人口随机死亡率模型中展现单个人群差异的重要指标。此外, Joint-k 模型也具有附加年龄效应因子估计值, 由于其变动趋势特征与 ACF(0) 模型相似, 本文不再展示其结果。

3. 时间效应因子估计结果

对于时间效应因子, 4 种模型均包含共同时间效应因子 $K(t)$, 且除 Joint-k 模型外, 其余模型均包含附加时间效应因子 $k(t, i)$, 基于 ACF(0) 模型的参数估计结果如图 4 所示。

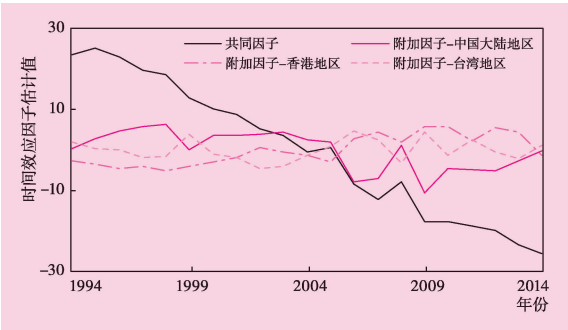


图 4 时间效应因子估计结果

由图 4 可见, 时间效应因子反映出人口死亡率随时间变动的趋势。随时间的推移, 共同时间效应因子是一条从左上方向右下方倾斜的曲线, 且整体上斜率保持不变, 因此可以对共同时间效应因子建立带有漂移项的随机游走模型; 附加时间效应因子整体上呈现出平稳时间序列的波动趋势, 因此可以建立具有

均值回复特征的 AR(1)模型。此外,共同时间效应因子曲线和 3 个附加时间效应因子曲线在 2003~2005 年之间相交,交点左侧中国大陆地区附加时间效应因子值最大、其次是台湾地区、最低的是香港地区,而交点右侧数值关系与左侧相反、台湾地区仍然居中。可见,中国大陆地区附加时间效应因子曲线略带下降趋势,加强了共同时间效应因子的下降程度;香港地区附加时间效应因子曲线略带上升趋势,消减了共同时间效应因子的下降程度;台湾地区附加时间效应因子曲线为水平趋势,不影响共同时间效应因子的下降程度。共同时间效应因子与附加时间效应因子的关系显示,中国大陆地区人口死亡率的总体下降速度高于 3 个人群的共同趋势,而香港地区低于共同趋势,台湾地区与共同趋势较为接近,即高死亡率人群死亡率具有更快的下降速度,而低死亡率人群死亡率下降速度趋缓。

(三) 基于粗死亡率的样本内拟合情况分析

根据上述参数估计结果及本文的建模方法,可以得到 3 个人群对数死亡率的样本内拟合值(见表 1)。从表 1 可以看出,4 种模型在 3 个不同人群中的拟合优度具有显著的差异。对于人口死亡率较高的中国大陆地区来说,Joint-k 模型拟合人口死亡率效果最佳;对于人口死亡率较低香港地区来说,ACF(0)模型拟合人口死亡率效果最佳;对于台湾地区,ACF(0)模型和 ACF(2)拟合人口死亡率效果均较佳。从模型的进展看,Joint-k 模型是 1992 年提出的用于预测发达国家人口死亡率所采用的方法,当时的发达国家人口死亡率水平相对较高,因此该方法在死亡率相对较高的中国大陆地区中拟合效果较好;ACF(0)模型通过增加参数,可以更好地对低死亡率人群进行拟合,因此香港地区和台湾地区在该模型下拟合效果较好;ACF(1)模型和 ACF(2)模型是在 ACF(0)模型的基础上,适当减少参数降低模型复杂程度的方法,研究表明 ACF(2)模型的设置更为理想,拟合效果优于 ACF(1)模型。为检验上述结果的稳健性,本文进一步采用修匀后的中国大陆地区人口死亡率数据建模分析。

(四) 基于修匀数据的模型稳健性检验

本文采用二维泊松 p 样条修匀法对中国大陆地区人口粗死亡率数据进行修匀,计算得到 4 个模型拟合的 MAPE 值(见表 2)。

由表 2 可见,基于修匀数据构建的多人口死亡率模型能够有效提升中国

表 1 基于粗人口死亡率的 4 种模型

模型	拟合结果 MAPE 值			%
	中国大陆地区	香港地区	台湾地区	
Joint-k	34.19	21.24	7.97	
ACF(0)	34.85	21.06	7.93	
ACF(1)	34.98	21.12	8.25	
ACF(2)	34.54	21.08	7.93	

表 2 基于修匀人口死亡率的 4 种模型

模型	拟合结果 MAPE 值			%
	中国大陆地区	香港地区	台湾地区	
Joint-k	4.33	21.22	7.95	
ACF(0)	4.34	21.53	7.90	
ACF(1)	4.51	21.69	7.99	
ACF(2)	4.60	21.35	7.90	

大陆地区人口拟合优度,使 MAPE 值的区间由原来的 34%~35%降低到 4%~5%,拟合优度提高幅度超过 25%,但对香港地区和台湾地区的拟合优度无显著影响。同时,模型拟合的稳健性较好,中国大陆地区的 Joint-k 模型拟合度最高、台湾地区 ACF(0)模型和 ACF(2)模型拟合度最高,与粗死亡率数据下模型选择的结果一致。仅有香港地区的拟合优度发生改变,其主要原因是香港地区人口死亡率相对较低,与死亡率相对较高的中国大陆地区和台湾地区组建多人口群体,对香港地区的借鉴意义并不大,即构建多人口死亡率模型主要是帮助高死亡率人群获取可借鉴的死亡率变动模式。此外,尽管 Joint-k 模型对中国大陆地区人口死亡率的拟合度最高,但该模型中未设置附加时间效应因子,长期预测时有可能导致不同人群间死亡率出现交叉或偏离的结果,本文进一步通过样本外预测来说明该问题。

四、中国人口死亡率样本外预测

(一) 时间效应因子的区间预测

根据上文中的死亡率拟合度检验和稳健性检验,Joint-k 模型和 ACF(0)模型对中国大陆地区人口死亡率的拟合度较高,因此采用这两个模型分别对中国大陆地区粗死亡率和修匀后死亡率数据进行预测。在预测人口死亡率之前,需先对时间效应因子进行预测,本文针对 $K(t)$ 和 $k(t,i)$ 分别采用 ARIMA(0,1,0)模型和 AR(1)模型进行预测,结果如表 3 所示。

表 3 展示了修匀前后人口死亡率共同时间效应因子的区间估计值,该结果在 Joint-k 模型和 ACF(0)模型中均存在。从均值预测结果看,修匀数据的预测值要小于非修匀数据的预测值,意味着修匀后人口死亡率随时间推移下降的速度加快,即修匀后死亡率的时间趋势更为明显,使共同时间效应因子的数值减小。此外,从区间估计看,由于修匀后的死亡率数据本身的光滑性大幅提高,波动性减小,因此模型拟合时的标准误差也相对较小,预测区间的覆盖面积小于粗死亡率结果。从社会统计学的视角看,预测区间面积的缩小,能够为决策的制定进一步缩小范围,提高决策效率。同时,图 3 展示了修匀前后人口死亡率附加时间效应因子的区间估计值,该结果仅在 ACF(0)模型中存在。从均值预测结果来看,修匀数据的预测值小于非修匀数据的预测值,即修匀数据能够获得更小的附加因子值,表明中国大陆地区人口死亡率的下降在共同因子的基础上要增加更大幅度。此外,从区间估计看,未修匀死亡率得到的附加因子预测值收敛较快、区间上下界呈现为两条水平线,而修匀后死亡率数据得到的附加因子预测值呈向上的走势后逐渐收敛,区间上下界也伴随着该趋势,该趋势能够更好地刻画未来死亡率下降所呈现出的一定的减缓趋势。

表 3 不同年份时间效应因子区间预测值

时间效应	年 份							
	2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
共同时间效应 $K(t)$								
修匀前 -95%H	-26.45	-31.40	-36.35	-41.29	-46.24	-51.19	-56.13	-61.08
修匀前 - 均值	-27.92	-40.19	-52.45	-64.72	-76.99	-89.25	-101.52	-113.79
修匀前 -95%L	-29.38	-48.97	-68.56	-88.15	-107.73	-127.32	-146.91	-166.50
修匀后 -95%H	-28.31	-37.76	-47.21	-56.65	-66.10	-75.55	-85.00	-94.45
修匀后 - 均值	-28.99	-41.84	-54.68	-67.53	-80.38	-93.23	-106.07	-118.92
修匀后 -95%L	-29.67	-45.91	-62.16	-78.41	-94.65	-110.90	-127.15	-143.39
附加时间效应 $k(t)$								
修匀前 -95%H	1.71	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75
修匀前 - 均值	-0.11	-0.07	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06
修匀前 -95%L	-1.92	-1.88	-1.88	-1.88	-1.88	-1.88	-1.88	-1.88
修匀后 -95%H	-1.06	-0.90	-0.82	-0.79	-0.77	-0.77	-0.76	-0.76
修匀后 - 均值	-2.00	-1.83	-1.76	-1.73	-1.71	-1.70	-1.70	-1.70
修匀后 -95%L	-2.93	-2.77	-2.70	-2.66	-2.65	-2.64	-2.64	-2.64

注：“95%H”表示预测值的 95%置信区间上界，“95%L”表示预测值的 95%置信区间下界，“均值”表示死亡率均值预测结果。

(二) 中国大陆地区人口死亡率预测

根据式(11),采用修匀后的中国大陆地区人口死亡率数据,可以得到 2015~2050 年死亡率均值预测值(见表 4)。由表 4 可见,Joint-k 模型和 ACF(0)模型得到的人口死亡率预测值,均能较好地反映人口死亡率随时间、年龄变动的趋势。未来人口死亡率的

表 4 不同年份人口死亡率预测值

‰

年龄 (岁)	2015 年		2020 年		2030 年		2040 年		2050 年	
	Joint-k	ACF(0)	Joint-k	ACF(0)	Joint-k	ACF(0)	Joint-k	ACF(0)	Joint-k	ACF(0)
0	23.17	23.06	21.16	20.59	17.65	16.44	14.72	13.13	12.28	10.49
1	0.88	0.90	0.60	0.69	0.27	0.39	0.13	0.22	0.06	0.13
10	0.30	0.30	0.27	0.26	0.22	0.19	0.18	0.14	0.15	0.10
20	0.48	0.48	0.37	0.38	0.23	0.24	0.14	0.15	0.09	0.10
30	0.99	1.00	0.87	0.88	0.67	0.68	0.51	0.53	0.39	0.41
40	1.86	1.86	1.72	1.73	1.48	1.50	1.28	1.29	1.10	1.12
50	4.83	4.81	4.51	4.43	3.94	3.77	3.44	3.20	3.00	2.72
60	10.58	10.68	8.96	9.46	6.43	7.39	4.61	5.77	3.31	4.50
70	26.15	26.39	22.09	23.30	15.77	18.11	11.26	14.06	8.04	10.91
80	85.41	85.74	74.14	75.80	55.87	59.07	42.10	45.99	31.72	35.80
90	250.66	251.24	229.78	232.68	193.10	198.94	162.28	169.88	136.37	145.02
100	536.99	540.83	482.72	502.29	390.08	430.24	315.22	367.53	254.73	313.79

下降幅度,随着年龄的不断提高,低年龄人口死亡率改善的幅度随之减小,而中高龄人口死亡率下降幅度则不断增加,显示出死亡率变动的年龄模式特征。此外,两种模型的死亡率预测值较为接近,其差异主要体现在随时间推移死亡率的下降速度上。其中,ACF(0)模型预测的新生婴儿死亡率表现出相对较快的下降速度,而对于死亡率较低的年龄组(如10岁、20岁等)的预测值又表现出相对较慢的降低速度,即ACF(0)模型能够根据死亡率数值的高低,通过其年龄效应因子参数,有效调节不同年龄人口死亡率下降速度,长期将会对未来人口年龄结构产生影响。

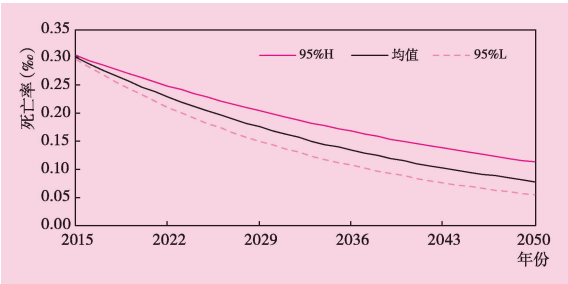


图5 ACF(0)模型的人口死亡率区间预测结果
注:同表3。

本文进一步以15岁人口为代表,通过图5展示ACF(0)模型的人口死亡率区间预测结果。结合表4可知,ACF(0)模型和Joint-k模型均值预测结果差异较小,因此区间预测结果也比较接近,但ACF(0)模型预测区间的覆盖面积相对较大。通过计算人口死亡率95%置信区间的极差发现,2015年ACF(0)模型

区间极差比Joint-k模型大15.15%;随着时间的推移,人口死亡率数值不断降低,两个模型区间预测的极差也在不断减小,但ACF(0)模型始终能够获得相对较大的极差。由于ACF(0)模型中设置了附加时间效应因子,可以在共同时间效应因子预测的基础上,再增加一定幅度的波动区间,增大了人口死亡率区间预测的覆盖面积,提高了模型的稳健性。

(三) 不同人口群体死亡率比值的预测

通过不同人口群体间的死亡率比值,本文进一步比较ACF(0)模型和Joint-k模型的样本外预测效果。在模型的构造中,ACF模型族均包含服从均值回复过程的附加时间效应因子,能够使不同人口群体死亡率的比值在长期预测中收敛为一个固定常数。表5给出了ACF(0)模型和Joint-k模型预测得到的2015~2050年15岁人口死亡率比值,其中H/C表示香港地区与中国大陆地区人口死亡率比值,T/C表示台湾地区与中国大陆地区人口死亡率比值。

表5 不同年份人口死亡率比值

模 型	年 份							
	2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
ACF(0)-H/C	0.611	0.616	0.615	0.615	0.615	0.615	0.615	0.615
Joint-k-H/C	0.609	0.714	0.838	0.982	1.152	1.351	1.585	1.859
ACF(0)-T/C	0.739	0.737	0.736	0.736	0.736	0.736	0.736	0.736
Joint-k-T/C	0.725	0.638	0.562	0.495	0.436	0.383	0.338	0.297

从表5可见,ACF(0)模型预测得到的香港地区与中国大陆地区15岁人口死亡率比值由2015年的0.611收敛

为 2050 年的 0.615;Joint-k 模型预测得到的香港地区与中国大陆地区 15 岁人口死亡率比值从 2015 年的 0.609 变动到 2030 年的 0.982,最终变动到 2050 年的 1.859,如果将时间继续推移,则中国大陆地区人口死亡率将成倍低于香港地区,该预测结果不符合人类死亡率变动的经验特征。此外,ACF(0)模型预测得到的台湾地区与中国大陆地区 15 岁人口死亡率比值由 2015 年的 0.739 收敛为 2050 年的 0.736;Joint-k 模型预测得到的台湾地区与中国大陆地区 15 岁人口死亡率比值从 2015 年的 0.725,最终变动到 2050 年的 0.297,如果将时间继续推移,则中国大陆地区人口死亡率将成倍大于台湾地区,该预测结果不符合人类死亡率变动的经验特征。因此,ACF(0)模型基于一致性假设,通过设置附加时间效应因子,使不同人群间的死亡率预测结果比值呈现出合理的变动趋势。

上述分析是以 15 岁人口为例,如果从全年龄段上看,ACF(0)模型和 Joint-k 模型预测得到的 2015 年人口死亡率比值非常接近,但到 2050 年二者之间出现较大差异。由表 6 可见,Joint-k 模型得到的 2050 年全年龄段香港地区和台湾地区人口死亡率与中国大陆地区的比值,会与 ACF(0)结果产生较大偏差,且部分年龄出现明显不合理现象。例如,台湾地区年龄为 20 岁的人口死亡率在 2050 年将会是中国大陆地区人口死亡率的 2.170 倍;除表 6 中所列示的年龄外,香港地区年龄为 2 岁的人口死亡率在 2050 年将是中国大陆地区人口死亡率的近 9 倍。尽管根据中国大陆地区历史数据得到了 Joint-k 模型的拟合优度最高,但在长期预测中需要考虑相关人群间死亡率的变动关系。因此,针对中国大陆地区人口死亡率的预测,短期建议使用 Joint-k 模型,但长期选择 ACF(0)模型更加合理。

(四) 与其他学者和机构的预测结果比较

本文进一步将 ACF(0)模型与单人口死亡率模型和联合国《世界人口展望》的预测结果进行比较。

首先,与单人口 Lee-Carter 死亡率模型进行比较。本文以李志生、刘恒甲(2010)的研究为例,通过时间效应因子的建模方法进行比较。其中,单人口 Lee-Carter 模型的时间效应因子仅有一个,采用 ARIMA(0,1,0)建模,漂移项为 -0.85;本文的多人口 ACF(0)模型包含两个时间效应因子,共同时间效应因子采用 ARIMA(0,1,0)建模、漂移项为 -2.57,附加时间效应因子采用 AR(1)建模、截距项和斜率项分别为 -0.25 和 0.85。尽管

表 6 不同年龄人口死亡率比值

模 型	年 龄(岁)										
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ACF(0)-H/C	0.075	0.135	0.273	0.587	0.601	0.514	0.617	0.714	0.539	0.548	0.681
Joint-k-H/C	0.065	0.088	0.231	0.772	0.547	0.346	0.920	0.961	0.612	0.671	1.186
ACF(0)-T/C	0.195	0.467	1.280	0.792	1.315	1.153	0.980	0.882	0.711	0.638	0.640
Joint-k-T/C	0.142	0.295	2.170	0.658	1.571	1.306	1.656	1.666	0.907	0.617	0.656

李志生、刘恒甲(2010)研究所用数据的时间阶段、年龄范围和性别等标准均与本文不同,不能直接对比参数估计结果,但单人口模型仅有一项时间效应因子,死亡率会以固定的漂移项持续下降。由于中国大陆地区人口死亡率相对较高,样本期内死亡率展现出快速下降的趋势,未来能否保持这一速度,值得商榷。根据人类死亡率变动的一般经验,当死亡率下降到一定程度后,减速将成为趋势。正如香港地区,当前人口死亡率的下降速度低于中国大陆地区,若采用单人口模型进行预测,中国大陆地区人口死亡率将会在一段时间内低于香港地区。因此,采用多人口随机死亡率模型,通过附加时间效应因子,可以使中国大陆地区和香港地区死亡率具有一致的变动趋势。

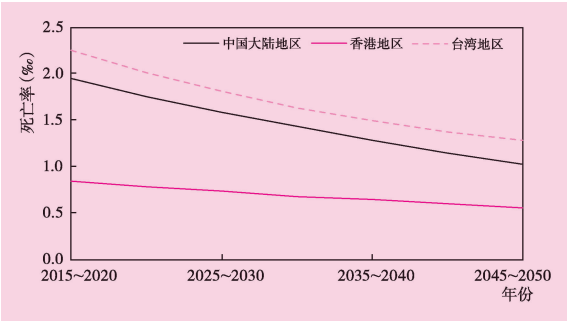


图 6 2015~2050 年联合国 15 岁男性人口死亡率预测值
资料来源:联合国人口司:《世界人口展望(2019)》。

其次,对比联合国人口司《世界人口展望(2019)》的死亡预测结果(见图 6)。联合国人口司采用分层贝叶斯模型,首先对人口平均预期寿命建模预测,然后通过既定的模型生命表方法计算分年龄死亡率。为了与前文保持一致,仍然以 15 岁男性人口为例进行说明。图 6 分别展示了 2015~2050 年中国大陆地区、香港地区和台湾地区 15 岁人口在 5 年内死亡的概率。预测结果显示,中国大陆

地区人口死亡率已稳固低于台湾地区,但历史数据显示了 2001 年以来台湾地区 15 岁人口死亡率均低于中国大陆地区,且死亡率比值保持在 0.73 左右,因此该预测结果改变了两个人群死亡率的数值关系,与历史数据中死亡率变动趋势无法合理衔接。此外,香港地区人口死亡率下降曲线已接近水平,中国大陆地区人口死亡率则在快速下降。该结果未考虑两个人口群体间死亡率变动的相互关系,仅从图中推断未来两条曲线可能会出现不合理的交叉。尽管联合国人口司的预测方法具有较高的权威性,但其从人口平均预期寿命出发,再转化成分年龄死亡率,所用模型较为复杂、假设较多,对预测效果产生了不利影响。若要对分年龄死亡率进行长期预测,多人口随机死亡率模型是一种较好的选择。

五、结论与讨论

文章总结了多人口 Lee-Carter 随机死亡率模型进展中存在的相关问题,推导了基于限制条件的两阶段加权最小二乘参数估计方法,用以检验多人口随机死亡率模型在中国的适用情况,得到以下结论:(1)从模型的参数估计方法看,基于限制条件的两阶段加权最小二乘估计法,能够有效避免多人口随机死亡率模型参数过多导致的极大似然估

计不收敛或收敛结果为局部最优的问题,并且方法简洁,便于应用。(2)从模型的拟合优度看,Joint-k 模型更适合拟合高死亡率人口群体,而 ACF(0)模型则更适合拟合低死亡率人口群体。不同的缩减模型参数方法,均会不同程度降低模型的拟合优度,但若方法适当,可以减小拟合优度的损失。(3)从模型拟合结果的稳健性看,多人口死亡率模型方法稳健性较好,分别采用修匀前和修匀后的中国大陆地区人口死亡率数据进行检验,最优模型的选择结果未发生变化。基于修匀后数据的人口死亡率拟合,能够显著提升模型的拟合优度。(4)从模型预测结果的合理性看,带有附加时间效应因子的多人口随机死亡率模型能够得到一致性的死亡率预测结果,不同人口群体之间的死亡率比值,在一定时期后会收敛为某一固定常数,该结果更加符合人的生物特征,使未来高死亡率人群和低死亡率人群死亡率预测值不会出现不合理的交叉或背离,能够弥补单人口死亡率模型的缺陷。

多人口随机死亡率模型不仅能为人口数量较大的发达国家提供更具科学性的死亡率预测方法,还能为人人口较少的国家和数据质量欠佳的发展中国家提供可行的人口死亡率预测方案。尽管中国人口总量较大,但分年龄、分性别人口死亡数据的有效积累期间较短、质量较差,甚至普查年份的新生婴儿和高龄人口死亡数据仍存在一定程度的误报,同时中国各省或城市群的人口死亡率数据信息较少,通过建立多人口随机死亡率模型,可以更科学地预测中国省际和城市群之间的人口死亡率,进而科学地衡量和评估中国区域间的长寿风险。然而,多人口随机死亡率模型也存在局限性,人口群体的选择存在一定的客观约束。组建多人口群体需要考虑人群之间的相关性,如果人群选择不恰当,会降低模型拟合效果,在实际应用中受到很多客观因素的限制。对于中国来说,若从国别的视角组建多人口群体,很难寻找出与中国在经济水平、文化特征和人口数量级等方面相似的国家。此外,多人口随机死亡率模型的前提假设要求,不同人口群体之间死亡率在长期内稳定为一个固定比率,该假设限制性较强,不能反映未来不同人群死亡率的差异化变动趋势。随着人口统计学的不断发展,不同人群间死亡率差异关系研究的新结论,将会为多人口死亡率建模提供更为科学的基础假设。

参考文献:

1. 郭志刚(2011):《六普结果表明以往人口估计和预测严重失误》,《中国人口科学》,第6期。
2. 黄荣清、曾宪新(2013):《“六普”报告的婴儿死亡率误差和实际水平的估计》,《人口研究》,第2期。
3. 李成等(2018):《利用 DCMD 模型生命表系统对“六普”数据中死亡漏报的估计》,《人口研究》,第2期。
4. 李树茁(1994):《80年代中国人口死亡水平和模式的变动分析——兼论对1990年人口普查死亡水平的调整》,《人口研究》,第2期。
5. 李志生、刘恒甲(2010):《Lee-Carter 死亡率模型的估计与应用——基于中国人口数据的分析》,《中国人口科学》,第3期。

6. 孙福滨等(1993):《中国第四次人口普查全国及部分省区死亡漏报研究》,《中国人口科学》,第2期。
7. 王金营(2013):《1990年以来中国人口寿命水平和死亡模式的再估计》,《人口研究》,第4期。
8. 赵明(2017a):《中国人口死亡率非参数二维修匀的模型比较与实证》,《保险研究》,第5期。
9. 赵明(2017b):《基于 Age-Shifting 模型的我国高龄人口死亡率动态拟合》,《保险研究》,第1期。
10. Cairns A.J.G., Blake D., Dowd K., Coughlan G.D., Epstein D., Ong A., Balevich I. (2009), A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models Using Data from England and Wales and the United States. *North American Actuarial Journal*. 13(1):1-35.
11. Cairns A.J.G., Blake D., Dowd K., Coughlan G.D., Epstein D., Khalaf-Allah M. (2011), Mortality Density Forecasts: An Analysis of Six Stochastic Mortality Models. *Insurance: Mathematics and Economics*. 48(3):355-367.
12. Carriere J E. (1992), Parametric Models for Life Table. *Transactions of Society of Actuaries*. 17(1):77-99.
13. Carter L.R., Lee R.D. (1992), Modeling and Forecasting U.S. Sex Differentials in Mortality. *International Journal of Forecasting*. 8(3):393-411.
14. Currie I.D. (2011), Modelling and Forecasting the Mortality of the Very Old. *ASTIN Bulletin*. 41(2):419-427.
15. Enchev V., Kleinow T., Cairns A.J.G. (2017), Multi-population Mortality Models: Fitting, Forecasting and Comparisons. *Scandinavian Actuarial Journal*. (4):319-342.
16. Kleinow T. (2015), A Common Age Effect Model for the Mortality of Multiple Populations. *Insurance: Mathematics and Economics*. 63:147-152.
17. Lee R.D., Carter L.R. (1992), Modeling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association*. 87(419):659-671.
18. Li J.S., Hardy M.R. (2011), Measuring Basis Risk in Longevity Hedges. *North American Actuarial Journal*. 15(2):177-200.
19. Li N., Lee R. (2005), Coherent Mortality Forecasts for a Group of Populations: An Extension of the Lee-Carter Method. *Demography*. 42(3):575-594.
20. Renshaw A.E., Haberman S. (2006), A Cohort-based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors. *Insurance: Mathematics and Economics*. 38(3):556-570.
21. Russolillo M., Giordano G., Haberman S. (2011), Extending the Lee-Carter Model: A Three-way Decomposition. *Scandinavian Actuarial Journal*. (2):96-117.
22. Shang H.L. (2016), Mortality and Life Expectancy Forecasting for a Group of Populations in Developed Countries: A Multilevel Functional Data Method. In Agostinelli C., Basu A., Filzmoser P., Mukherjee D. (eds), *Recent Advances in Robust Statistics: Theory and Applications*. New Delhi: Springer.
23. Tsai C.C., Lin T. (2017), Incorporating the Buhlmann Credibility into Mortality Models to Improve Forecasting Performances. *Scandinavian Actuarial Journal*. (5):419-440.
24. Wilmoth J.R. (1996), Mortality Projections for Japan: A Comparison of Four Methods. In *Health and Mortality Among Elderly Populations*. Oxford: Clarendon Press.

(责任编辑:朱 犁)